

Definice

Pythagorova věta zní nějak takto: „Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka je roven součtu obsahů čtverců nad jeho odvěsnami“. Matematicky se tato věta obvykle zapisuje takhle

$$c^2 = a^2 + b^2,$$

kde a a b jsou délky odvěsen v trojúhelníku a c je délka přepony. Tedy zápis $c^2 = a^2 + b^2$ můžeme číst právě jako „obsah čtverce o délce hrany c je roven součtu obsahů čtverců o délkách hran a a b “. Věta platí pouze v **pravoúhlém** trojúhelníku.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Pozn.: Ne vždy však musí být strana c přeponou, tudíž uvedený tvar Pythagorovy věty není jediný správný.

Příklad první

Mějme trojúhelník ABC , u kterého známe délky dvou stran:

$$a = 3 \text{ a } b = 4$$

Vidíme, že známe délky dvou odvěsen a chybí nám délka přepony.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

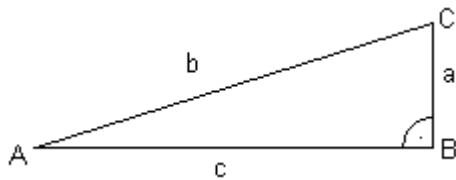
$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Příklad druhý

Vypočítejte v pravoúhlém trojúhelníku stranu c , když je strana $a=3\text{cm}$ a strana $b=8\text{cm}$. Pravý úhel je u vrcholu B .



$$c^2 = b^2 - a^2$$

$$c = 7,4\text{cm}$$

Strana c měří 7,4cm.

Příklad třetí

Máme trojúhelník ABC; $a = 10$, $b = 6$, $c = ?$ Strany b a c svírají pravý úhel.

U tohoto příkladu je třeba si uvědomit, že strana c není tentokrát přeponou, ale odvěsnou, jelikož svírá se stranou b pravý úhel. Přepona je pak strana a - je naproti pravému úhlu.

$$\text{Platí tedy: } b^2 + c^2 = a^2$$

$$\text{Po dosazení: } 6^2 + c^2 = 10^2$$

$$c^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$c^2 = 64$$

$$c^2 = \sqrt{64}$$

$$c = 8$$

3. Zjistěte, zda trojúhelník daný těmito stranami je pravouhlý:

- a) 5 cm, 7 cm, 8 cm
- b) 20 cm, 4,8 dm, 0,52 m

Řešení: Aby byl trojúhelník pravouhlý, musí pro délky jeho stran platit Pythagorova věta.

Přeponou je nejdélší strana.

- a) $a = 5$ cm, $b = 7$ cm, $c = 8$ cm

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$8^2 = 5^2 + 7^2$$

$$64 = 25 + 49$$

$$64 \neq 74$$

Trojúhelník není pravouhlý, neplatí Pythagorova věta.

- b) $a = 20$ cm, $b = 4,8$ dm = 48 cm, $c = 0,52$ m = 52 cm

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$52^2 = 20^2 + 48^2$$

$$2704 = 400 + 2304$$

$$2704 = 2704$$

Trojúhelník je pravouhlý, Pythagorova věta platí.

4. Vypočítejte délku přepony pravouhlého trojúhelníku, jestliže délky odvěsen jsou:

- a) 6 cm, 8 cm
- b) 15 mm, 2 cm

Řešení:

- a) $a = 6$ cm, $b = 8$ cm, $c = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$c = \sqrt{36 + 64}$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$
 cm

Délka přepony je 10 cm.

- b) $a = 15$ mm, $b = 2$ cm = 20 mm, $c = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$c = \sqrt{225 + 400}$$

$$c = \sqrt{625}$$

$$c = 25$$
 cm

Délka přepony je 25 cm.

5. Vypočítejte délku odvěsny v pravouhlém trojúhelníku, jestliže:

a) $a = 2 \text{ dm}$, $c = 5,2 \text{ dm}$

b) $a = 0,16 \text{ m}$, $c = 3,4 \text{ dm}$

Řešení:

a) $a = 2 \text{ dm}$, $c = 5,2 \text{ dm}$, $b = ?$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{5,2^2 - 2^2}$$

$$b = \sqrt{23,04}$$

$$b = 4,8 \text{ dm}$$

Délka odvěsny je 4,8 dm.

b) $a = 0,16 \text{ m} = 1,6 \text{ dm}$, $c = 3,4 \text{ dm}$, $b = ?$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{3,4^2 - 1,6^2}$$

$$b = \sqrt{9}$$

$$b = 3 \text{ dm}$$

Délka odvěsny je 3 dm.