Lineární rovnice

Lineární rovnice je matematický zápis, který můžeme (za pomoci ekvivalentních úprav) upravit na tvar $ax + b = 0$.

x ... neznámá; při řešení rovnice ji určujeme (vyskytuje se pouze v první mocnině, tedy ne na druhou, na třetí, na jednu polovinu atd.)
a, b ... libovolná reálná čísla

Ekvivalentní úpravy jsou takové úpravy, které nemění výsledek rovnice. Při použití neekvivalentních úprav (například umocňování) může dojít ke změně výsledku rovnice, a proto je nutné provést zkoušku (viz dále).
Reálné číslo je takové číslo, které můžeme zobrazit na číselné ose.

Je zápis $2x + 5 = 0$ lineární rovnice?

Na první pohled vidíme, že ano.
x ... neznámá, a = 2 (reálné číslo), b = 5 (reálné číslo)

A jaké má rovnice řešení?

Abychom rovnici vyřešili, musímě určit hodnotu neznámé *x*.
Rovnici upravíme tak, že členy s *x* (v této rovnici se jedná o člen *2x*) necháme na jedné straně rovnice a ostatní členy (v této rovnici číslo 5) převedeme na stranu druhou:

$$2x = -5$$

Převedením čísla 5 na druhou stranu rovnice se změní jeho znaménko.

Při převodu členů z jedné strany rovnice na druhou se mění znaménka: + na – (a opačně) a **· na :** (a opačně)**.**

Na levé straně rovnice máme člen *2x*. Nás však zajímá, kolik se rovná *x*. Převedeme tedy dvojku také na druhou stranu rovnice. Jelikož na levé straně dvojkou neznámou *x* násobíme, po převedení na pravou stranu, budeme dvojkou dělit. Celou rovnici (levou a i pravou stranu) vlastně dělíme dvěma.

Výsledek tedy je:

$$x = -\frac{5}{2}$$

Obecný zápis řešení lineární rovnice je $x = -\frac{b}{a}$, za podmínky, že a≠0. Nulou totiž dělit nelze. Pokud si do uvedené rovnice dosadíme za *a* nulu, zjistíme, že takový zápis nedává smysl.

Příklad 2

Vyřešme lineární rovnici: $\frac{3x}{4}+\frac{3x-1}{2}=3(x-1)$

Postup řešení

Nejprve se zbavíme zlomků vynásobením rovnice číslem 4 (společný jmenovatel):

$$\frac{3x}{4}+\frac{3x-1}{2}=3(x-1) \qquad |\cdot 4$$

$$3x+2(3x-1)=12(x-1)$$

Nyní roznásobíme závorky na levé i pravé straně rovnice a následně upravíme:

$$3x+6x-2=12x-12$$

$$9x-2=12x-12$$

Na levou stranu přesuneme výrazy s neznámou x a na pravé straně ponecháme čísla:

$$9x-2=12x-12 \qquad |+2$$

$$9x=12x-10 \qquad |-12x$$

$$-3x=-10 \qquad |:(-3)$$

$$x=\frac{-10}{-3}=\underline{\underline{\frac{10}{3}}} \qquad P=\left\{\frac{10}{3}\right\}$$

Příklad 3

Vyřešme lineární rovnici: $\dfrac{6x+1}{2} = 3(x+1) - 5$

Postup řešení

Nejprve roznásobíme závorku na pravé straně a upravíme:

$$\frac{6x+1}{2} = 3x + 3 - 5$$
$$\frac{6x+1}{2} = 3x - 2$$

Zbavíme se zlomku vynásobením rovnice číslem 2:

$$\frac{6x+1}{2} = 3x - 2 \qquad \big| \cdot 2$$
$$6x + 1 = 6x - 4$$

Snažíme-li se nyní dostat výrazy s x nalevo, nezbývá než odečíst výraz $6x$:

$$6x + 1 = 6x - 4 \qquad \big| - 6x$$
$$1 = -4 \text{ !!}$$

Dospěli jsme k nepravdivé rovnosti, ke *kontradikci*. To nám říká, že rovnice nemá žádný kořen, nemá řešení.

$$P = \emptyset$$

a) $10x - 1 = 15 - 6x$

b) $\dfrac{3x}{2} + 5 = \dfrac{5x}{2} - 1$

c) $1\dfrac{1}{2}z - 2 = 3\dfrac{1}{4}z - 9$

d) $9x - 8 = 11x - 10$

e) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} = 5$

f) $7 + \dfrac{x}{3} = 8 + \dfrac{x}{4}$

g) $x - \dfrac{2}{3} = \dfrac{5x}{7} + \dfrac{1}{2}$

h) $2x - \dfrac{x}{2} + 4 = x + \dfrac{x}{3}$

i) $-\dfrac{17}{19}x + 51 = 0$

j) $3 - y + \dfrac{5y}{6} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{y}{8}$

k) $1{,}2 - \dfrac{x}{1{,}2} + 4{,}5x - \dfrac{x}{4{,}5} = 5{,}6 + x$

l) $\dfrac{5}{3}(e - 6) = \dfrac{e}{7} + 22$

m) $2a - (8a + 1) - (a + 2).5 = 9$

n) $2\dfrac{3}{5} + x = 8.(-4{,}5) - (-2x)$

o) $8\dfrac{1}{2}x + 2{,}5 = 10{,}7 + 1\dfrac{3}{4}x.2$

p) $\dfrac{3}{8}[10(x - 5) + x] = 4x - 6\dfrac{1}{4}$

q) $\dfrac{5x}{9} - \dfrac{4}{15} = \dfrac{2x - 1}{3}$

r) $\dfrac{5}{2} - \dfrac{3x - 2}{0{,}2} = \dfrac{x - 0{,}1}{0{,}3}$

s) $-1 - 5.[2x - 8(2x - 3)] = 19$

t) $-1 - \dfrac{3a - a}{4} = \dfrac{2a - 5}{6}$

a) $x = 1$

b) $x = 6$

c) $z = 4$

d) $x = 1$

e) $x = 6$

f) $x = 12$

g) $x = \frac{49}{12}$

h) $x = -24$

i) $x = 57$

j) $y = 60$

k) $x = \frac{9}{5}$

l) $e = 21$

m) $a = -\frac{20}{11}$

n) $x = \frac{193}{5}$

o) $x = \frac{41}{25}$

p) $x = 100$

q) $x = \frac{3}{5}$

r) $x = \frac{7}{10}$

s) $x = 2$

t) $a = -\frac{1}{5}$

a) $2(x-1)-3(x-2)+4(x-3)=2(x+5)$

b) $2(3+4x)-2=3-5(1-x)$

c) $\frac{a}{3}-\frac{5}{3}-\frac{a-3}{4}=\frac{3}{4}+1$

d) $\frac{5}{3}(t-2)-\frac{4}{5}(2t-5)=4-\frac{3}{2}(t-3)$

e) $\frac{9x+7}{2}-\left(x-\frac{x-2}{7}\right)=36$

f) $x-(x-3).2=\frac{x}{2}+7+x$

g) $8(x-3)+6(2x-1)=8(4x-2)-2(6x+7)$

h) $\frac{1+16a}{7}=\frac{5a-4}{2}$

i) $(x+2)(x-3)=(x-5)(x-6)$

j) $\left(2x-\frac{3}{2}\right)(x-1)=(2x-1)\left(x-\frac{5}{2}\right)$

k) $(6x-5)(x-2)-(3x-1)(2x-3)=4$

l) $(x+2)(x-2)-(x-3)^2=-1$

m) $x-4.[x-2(x+6)]=5x+3$

n) $\frac{3x-1}{5}-\frac{5x+1}{6}=\frac{x+1}{8}-3$

o) $\frac{1-7x}{8}-\frac{x+30}{3}-\frac{x-1}{5}=3$

p) $\frac{4x+1}{3}-\frac{3x-1}{5}=15-\frac{25-x}{4}$

q) $x+1\frac{1}{2}x+9=\frac{2}{3}x+4+\frac{5}{6}x-\frac{6}{5}x+\frac{1}{5}$

r) $\frac{4}{5}x-2\frac{1}{2}x-2=-2\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}-\frac{1}{5}$

s) $(x-3)(x+4)-2(3x-2)=(x-4)^2$

t) $(x+5)(x+2)-3(4x-3)=(x-5)^2$

a) $x = 18$

b) $x = -2$

c) $a = 32$

d) $t = 5$

e) $x = 9$

f) $x = -\frac{2}{5}$

g) ∞ **mnoho řešení**

h) $a = 10$

i) $x = \frac{18}{5}$

j) $x = \frac{2}{5}$

k) $x = \frac{1}{2}$

l) $x = 2$

m) **Ø**

n) $x = 7$

o) $x = -9$

p) $x = 17$

q) $x = -\frac{24}{11}$

r) $x = \frac{49}{19}$

s) $x = 8$

t) $x = \frac{6}{5}$