

4. ZLOMKY

Zlomek má následující tvar:

$$\frac{\text{čítatel}}{\text{jmenovatel}}$$

Příkladem zlomku může být například zlomek

$$\frac{2}{5},$$

tedy dvě pětiny.

Jmenovateli se říká jmenovatel proto, že pojmenovává zlomek. Pětina, třetina, šestina... to je hlavní název zlomku a je odvozené od čísla, které se nachází pod zlomkovou čarou. Čítatel naopak určuje počet, v předchozím příkladu to byly dvě pětiny.

V čitateli i jmenovateli může v podstatě být jakékoliv číslo nebo opět zlomek, nejčastěji se ale setkáváme se zlomkem, kde čítatel i jmenovatel je přirozeným číslem.

Zlomek je jen jinak zapsané dělení, hodnotu zlomku vypočítáme tak, že vydělíme čítatel jmenovatelem. Takže obecně pokud máme zlomek

$$\frac{a}{b},$$

pak hodnotou zlomku je číslo a/b . Předchozí zlomek (dvě pětiny) by pak měl hodnotu $2/5$, což je $0,4$.

Převod na základní tvar

Se zlomky můžeme různě pracovat a měnit jejich tvar – rozšiřovat je a krátit –, přičemž hodnota zlomku se nijak nezmění. Lze si to i snadno představit slovně, například jedna polovina má stejnou hodnotu jako dvě čtvrtiny nebo čtyři osminy. Vychází to z toho, že zlomek je jen převlečené dělení. A k číslu jedna polovina se můžeme dostat podělením několika různých čísel. Takže čtyři děleno osmi je jedna polovina. Deset děleno dvaceti je taky jedna polovina.

Proto zlomky $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ mají stejnou hodnotu.

Opačnou operací k rozšiřování je krácení zlomků, kdy čítatel i jmenovatel dělíme stejným číslem. Pokud bychom chtěli zlomek krátit, musíme najít číslo, kterým je beze zbytku dělitelný jak čítatel, tak i jmenovatel.

Krácení zlomků se v praxi velice často využívá, protože krácením se zlomek značně zjednoduší a lépe se s ním pracuje. O zlomku, který již nelze dále krátit, říkáme, že je v základním tvaru.

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} \qquad \frac{11}{77} = \frac{1}{7} \qquad \frac{25}{625} = \frac{1}{25}$$

Násobení zlomků

Násobení a dělení je u zlomků jednodušší než sčítání a odčítání. Pokud máte vynásobit dva zlomky, vynásobíte prostě číselník prvního zlomku s číselníkem druhého zlomku a jmenovatel s jmenovatelem. To je všechno. Příklad násobení zlomků:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64} \qquad \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Násobení zlomku celým číslem pak jednoduše převedete na násobení dvou zlomků tak, že celé číslo c zapíšete jako $c/1$. Pokud zlomek násobíte celým číslem, pak stačí tímto číslem vynásobit číselník zlomku.

$$c \times \frac{a}{b} = \frac{ac}{b}$$

Dělení zlomků

Dělení zlomků je prakticky stejné jako násobení. Pokud chcete jeden zlomek vydělit druhým, jeden ze zlomků obrátíte a zlomky normálně vynásobíte.

$$\frac{3}{7} : \frac{14}{9} = \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{14} = \frac{27}{98}$$

Sčítání zlomků

Zlomky totiž můžeme sčítat pouze v případě, že ony zlomky mají stejný základ, tedy stejného jmenovatele. Pokud zlomky nemají stejného jmenovatele, musíme je na stejného jmenovatele převést. Poté postupujeme jednoduše jako v případě násobení, prostě sečteme číselník prvního zlomku s číselníkem druhého zlomku.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \qquad \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 2 \cdot 5}{35} = \frac{31}{35}$$

Odečítání zlomků

Odečítání zlomků probíhá úplně stejně jako sčítání zlomků, pouze výsledné čitatele nesčítáme, ale odečítáme.

$$\frac{6}{7} - \frac{3}{11} = \frac{6 \cdot 11 - 3 \cdot 7}{77} = \frac{45}{77}$$

Složené zlomky

To jsou takové zlomky, které mají dvě a více zlomkových čar. Na začátku této kapitoly jsem říkal, že zlomková čára je vlastně jinak zapsané znaménko pro dělení.

$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{14}{9}}$$

Násobíme příslušné dvojice mezi sebou. U složených zlomků to vychází tak, že se spolu vynásobí vnější (na následujícím obrázku ta fialová a tučnější) čísla – jejich součin tvoří čitatele – a vnitřní (na následujícím obrázku ta zelená a opticky tenčí) čísla – jejich součin tvoří jmenovatele.

Výsledek pak tedy je součin vnějších čísel dělený součinem vnitřních čísel.

$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{14}{9}} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 14} = \frac{27}{98} \qquad \frac{\frac{3}{1}}{\frac{1}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{1 \cdot 1} = \frac{21}{1} = 21$$

PŘÍKLADY K PROCVIČOVÁNÍ

1. Rozšiř zlomky číslem 3: $\frac{6}{9} =$ $\frac{7}{10} =$ $\frac{3}{8} =$ $\frac{1}{4} =$

2. Rozšiř zlomky na zlomek se jmenovatelem 36: $\frac{5}{9} =$ $\frac{3}{4} =$ $\frac{1}{3} =$

3. Rozšiř zlomky na zlomek se jmenovatelem 24: $\frac{3}{8} =$ $\frac{5}{6} =$ $\frac{1}{3} =$

4. Zkrať zlomky číslem 2: $\frac{6}{8} =$ $\frac{4}{6} =$ $\frac{20}{30} =$ $\frac{12}{16} =$

5. Dopln, aby platila rovnost:

$\frac{25}{30} = \frac{5}{.}$, $\frac{4}{7} = \frac{20}{.}$, $\frac{8}{9} = \frac{.}{36}$, $\frac{1}{9} = \frac{9}{.}$, $\frac{12}{20} = \frac{3}{.}$, $\frac{7}{21} = \frac{.}{3}$

6. Převed' zlomky do základního tvaru:

$\frac{25}{30} =$	$\frac{35}{45} =$	$\frac{36}{45} =$
$\frac{48}{60} =$	$\frac{16}{28} =$	$\frac{14}{28} =$
$\frac{3}{15} =$	$\frac{8}{12} =$	$\frac{8}{10} =$
$\frac{72}{56} =$	$\frac{14}{42} =$	$\frac{14}{56} =$

7. Zlomky sečti a výsledky uveď v základním tvaru.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$ $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} =$ $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} =$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$ $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} =$ $\frac{2}{9} + \frac{8}{10} =$

$\frac{5}{7} + \frac{2}{3} =$ $\frac{3}{5} + \frac{7}{15} =$ $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} =$

$\frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$ $\frac{4}{9} + \frac{5}{8} =$ $\frac{3}{7} + \frac{7}{10} =$

8. Zlomky odečti a výsledky uveď v základním tvaru.

$\frac{1}{8} - \frac{1}{12} =$ $\frac{7}{8} - \frac{3}{4} =$

$$\frac{17}{10} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{10} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{12} =$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{12} =$$

$$\frac{9}{10} - \frac{4}{5} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{9}{8} - \frac{5}{6} =$$

$$1 - \frac{3}{7} =$$

9. Vypočti a výsledky uveď v základním tvaru.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) =$$

$$\frac{7}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) =$$

$$\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} \right) =$$

$$\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) =$$

10. Převeď zlomek na smíšené číslo:

$$\frac{4}{3} =$$

$$\frac{7}{2} =$$

$$\frac{11}{6} =$$

$$\frac{11}{5} =$$

$$\frac{25}{9} =$$

$$\frac{23}{6} =$$

11. Převeď smíšené číslo na zlomek:

$$1\frac{4}{5} =$$

$$3\frac{2}{3} =$$

$$2\frac{1}{6} =$$

$$2\frac{3}{4} =$$

$$1\frac{2}{7} =$$

$$10\frac{2}{5} =$$

12. Vypočti a výsledek zapiš jako smíšené číslo:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10} =$$

13. Vynásob zlomky.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{10} =$$

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{10} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12} =$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} =$$

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} =$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{10} =$$

14. Vyděl zlomky.

$$\frac{5}{3} : \frac{4}{7} =$$

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{12} =$$

$$\frac{7}{8} : \frac{21}{32} =$$

$$\frac{17}{10} : \frac{2}{5} =$$

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{10} =$$

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{12} =$$

$$\frac{5}{7} : \frac{5}{2} =$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{12} =$$

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{10} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{9}{8} : \frac{5}{6} =$$

$$1 : \frac{3}{7} =$$

15. Vypočti.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) =$$

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{9} \cdot \frac{6}{4} \right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{7} =$$

$$\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{27}{100} =$$

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) =$$

$$1\frac{2}{3} : \frac{5}{9} =$$

$$\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} =$$

Výsledky:

1. Rozšiř zlomky číslem 3: $\frac{6}{9} = \frac{18}{27}$ $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

2. Rozšiř zlomky na zlomek se jmenovatelem 36: $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$ $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$ $\frac{1}{3} = \frac{12}{36}$

3. Rozšiř zlomky na zlomek se jmenovatelem 24: $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$

4. Zkrať zlomky číslem 2: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{20}{30} = \frac{10}{15}$ $\frac{12}{16} = \frac{6}{8}$

5. Dopln, aby platila rovnost:

$$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}, \quad \frac{4}{7} = \frac{20}{35}, \quad \frac{8}{9} = \frac{32}{36}, \quad \frac{1}{9} = \frac{9}{81}, \quad \frac{12}{20} = \frac{3}{5}, \quad \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

6. Převeď zlomky do základního tvaru:

$$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{72}{56} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{14}{42} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{36}{45} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$$

7. Zlomky sečti a výsledky uveď v základním tvaru.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{8}{10} = \frac{46}{45}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{29}{21}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{15} = \frac{16}{15}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$$

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{8} = \frac{77}{72}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{7}{10} = \frac{79}{70}$$

8. Zlomky odečti a výsledky uveď v základním tvaru.

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{7} = \frac{35-12}{21} = \frac{23}{21}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{17}{10} - \frac{2}{3} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{9}{10} - \frac{4}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{9}{8} - \frac{5}{6} = \frac{7}{24}$$

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

9. Vypočti a výsledky uveď v základním tvaru.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$$

$$\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{7}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) = \frac{0}{8} = 0$$

$$\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} \right) = \frac{2}{3} - \frac{5}{18} = \frac{7}{18}$$

$$\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{11}{10} - \frac{11}{15} = \frac{11}{30}$$

$$\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) = \frac{10}{9} - \frac{2}{6} = \frac{7}{9}$$

10. Převeď zlomek na smíšené číslo:

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$$\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

$$\frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$$

$$\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$$

11. Převeď smíšené číslo na zlomek:

$$1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

$$3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$2\frac{1}{6} = \frac{13}{6}$$

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$1\frac{2}{7} = \frac{9}{7}$$

$$10\frac{2}{5} = \frac{52}{5}$$

12. Vypočti a výsledek zapiš jako smíšené číslo:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{6} = \frac{59}{42} = 1\frac{17}{42}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

13. Vynásob zlomky.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{14}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

14. Vyděl zlomky.

$$\frac{5}{3} : \frac{4}{7} = \frac{35}{12}$$

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{12} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{7}{8} : \frac{21}{32} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{17}{10} : \frac{2}{5} = \frac{17}{4}$$

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{10} = \frac{25}{9}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{12} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{5}{7} : \frac{5}{2} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{12} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{5} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{10} : \frac{1}{4} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{9}{8} : \frac{5}{6} = \frac{27}{20}$$

$$1 : \frac{3}{7} = \frac{7}{3}$$

15. Vypočti.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{9} \cdot \frac{6}{4} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = 4$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - \frac{3}{8} = \frac{3}{2} - \frac{3}{8} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) = \frac{10}{9} \cdot \frac{2}{6} = \frac{10}{27}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{27}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) = \frac{9}{10} \cdot \frac{20}{1} = 18$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$