

04. Mechanická práce a energie

- mechanická práce, energie
- potenciální a kinetická energie
- zákon zachování mechanické energie
- práce, výkon, účinnost

Společným znakem všech těles konajících práci je:

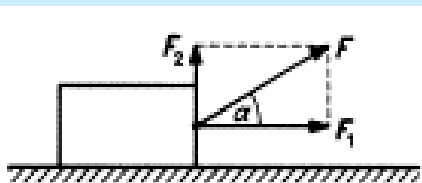
1. silové působení na jiné těleso
2. přemísťování tohoto tělesa nebo jeho částí



4.1 Mechanická práce

Pohybuje-li se těleso působením síly, koná se mechanická práce. Mechanická práce se koná, když se po podlaze tlačí bedna nebo táhne vozík, nebo když se zvedá nějaké těleso do výšky.

Mechanická práce W , kterou vykoná těleso při přemístění jiného tělesa, závisí na velikosti síly F , která na těleso působí, na dráze s , o kterou se těleso přemístí a na úhlu α , který svírá síla s trajektorií tělesa.



$$W = F \times s \times \cos \alpha$$

(Mechanická práce je výsledek skalárního součinu dvou vektorových veličin – F a s

$$W = F \times s$$

F . . . působící síla

s . . . dráha, kterou těleso vykoná

α . . . úhel, který svírá vektor síly s trajektorií pohybu tělesa

Působí-li síla ve směru pohybu, pak platí

$$W = F \times s$$

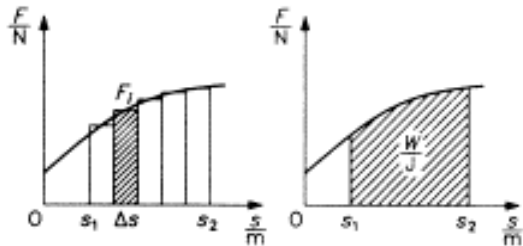
Působí-li síla kolmo na směr pohybu, pak práci nekonáme (protože $\cos 90^\circ = 0$)

$$[W] = J \text{ (joule)} = N \times m = kg \times m^2 \times s^{-2}$$

Práci 1 J vykonáme, když silou 1 N působilme po dráze 1 m, přičemž síla je rovnoběžná s trajektorií.

Na obrázku je znázorněno působení síly F . Ta se rozkládá na složku kolmou k trajektorii (F_2) – ta práci nekoná – a na složku rovnoběžnou s trajektorií (F_1) – ta koná všechnu práci.

$$F_1 = F \times \cos \alpha$$



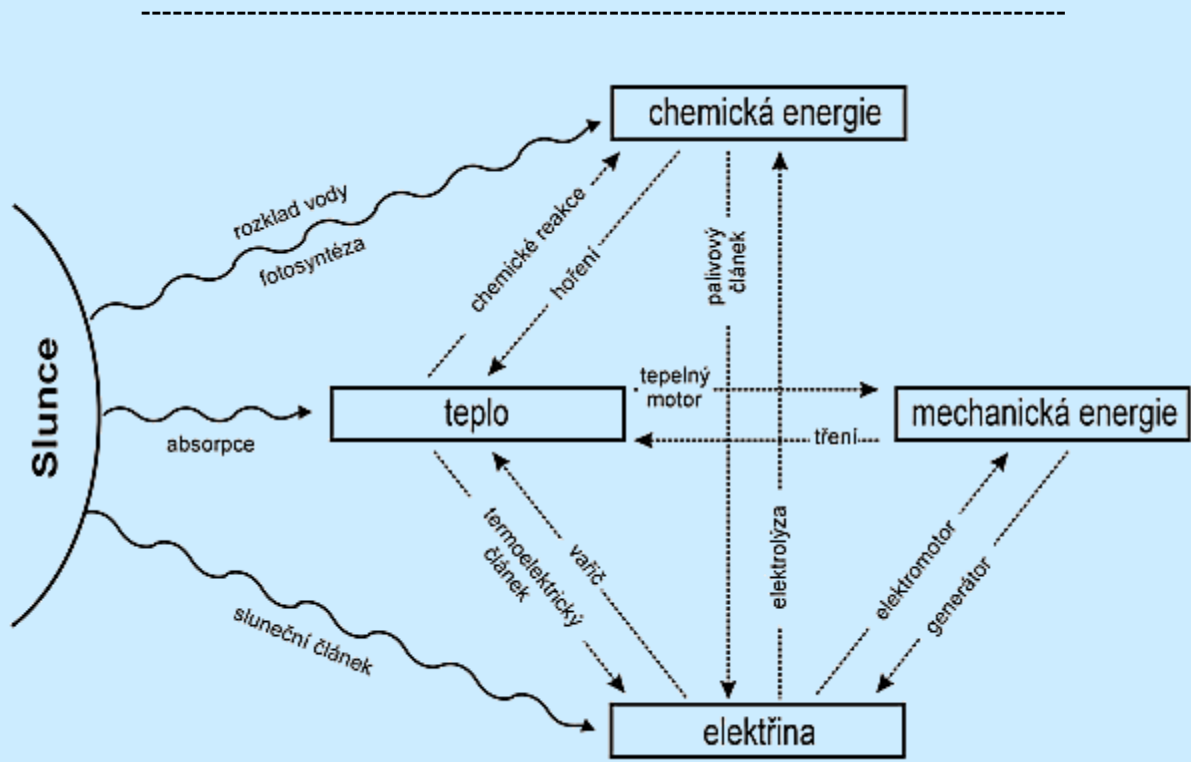
Mechanická práce lze určit i graficky. Zobrazíme-li závislost velikosti síly F_1 (rovnoběžné složky) na dráze s , pak získáme **pracovní diagram**. Velikost práce W je plocha, kterou ohraničuje graf velikosti síly, počáteční a konečná hodnota dráhy. Mění-li se působící síla v závislosti na

dráze, pak lze dráhu s rozdělit na nekonečně mnoho velmi malých drah ds . Pro práci dW_i , kterou vykoná síla F_i na daném úseku ds platí $dW_i = F_i \times ds$

Celková práce pak je

$$W = \sum_{i=1}^n dW_i = \sum_{i=1}^n F_i \cdot ds = \int_{s_1}^{s_2} F \cdot ds$$

Př.: $m=100 \text{ kg}$, $s=300 \text{ m}$. $\alpha=0^\circ$, $f=0,1$, $W=?$
 $W=f \cdot m \cdot g \cdot s = 0,1 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 300 = 30.000 \text{ J} = 30 \text{ kJ}$



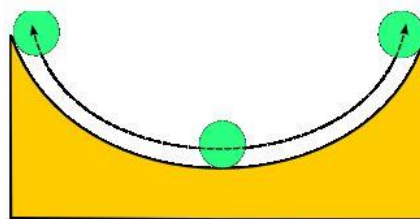
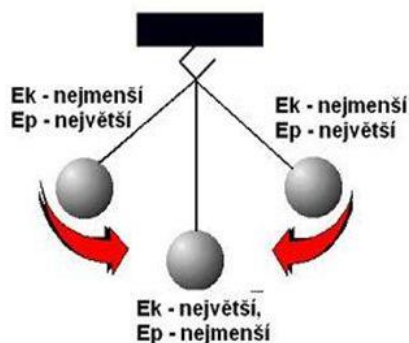
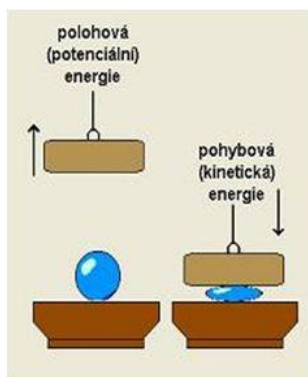
4.2 Energie

Energie je schopnost tělesa konat práci

- Mechanická energie:**
1. **kinetická** (pohybová) – má ji pohybující se těleso
 2. **potenciální** (polohová): – mají ji tělesa, která jsou v silovém poli jiného tělesa a také pružně deformovaná tělesa
 - a) **tíhová** – má ji těleso v tíhovém poli země
 - b) **pružnosti** – má ji pružně deformované těleso (stlačený míč, protažená pružina, prohnutá pružná deska)
 - c) **tlaková** – mají ji kapaliny – souvisí s jejich tlakem

Potenciální energie nemusí být jen mechanická. Potenciální energie může být v jakémkoli silovém poli, tedy i elektrickém a magnetickém.

Přeměna polohové (potenciální) energie na pohybovou (kinetickou) energii:



4.2.1 Kinetická (pohybová) energie

Kinetickou energii mají tělesa, která se vzhledem k dané vztažné soustavě pohybují. K uvedení tělesa z klidu do pohybu je třeba vykonat odpovídající práci.

Uvažujeme hmotný bod (HB), který je v dané inerciální vztažné soustavě v klidu. Začne na něj působit konstantní síla F . Podle druhého pohybového zákona se začne hmotný bod pohybovat se zrychlením $a = F/m$. Trajektorie pohybu je přímka, která má směr síly F . V čase t je velikost rychlosti HB $v = a \cdot t$ a HB urazí dráhu

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Na dráze s vykoná síla F práci

$$W = F \times s$$

Po dosazení

$$F = m \times a$$

a

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

je práce:

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Tato práce je mírou změny kinetické energie $W = \Delta E_k$. V tomto případě byl původně v klidu, proto $W = E_k$.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kinetická energie HB závisí na jeho hmotnosti a na jeho rychlosti. Jednotkou je opět joule.

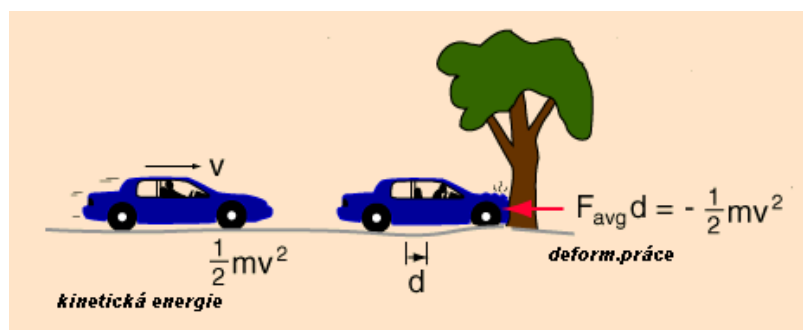
Při změnách kinetické energie rozhoduje práce vykonaná výslednicí sil. Podle toho, zda je práce kladná (síla působí po směru pohybu - $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$) nebo záporná (síla působí proti směru pohybu - $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$), se kinetická energie zvětší nebo zmenší.

$$W = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Kinetická energie je závislá na volbě vztažné soustavy. Když sedíme ve vlaku, máme vzhledem k vlaku energii nulovou, ale vzhledem k zemi energii, která je rovna součinu naší hmotnosti a druhé mocniny rychlosti vlaku.

Celková kinetická energie soustavy hmotných bodů je dána součtem kinetických energií jednotlivých bodů.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot v_n^2$$



4.2.2 Potenciální (polohová) energie

Potenciální energii mají tělesa, která jsou v silových polích jiných těles, mají ji také pružně deformovaná tělesa.

V praxi je důležitá **tíhová potenciální energie**, kterou má těleso v tíhovém poli Země. Tato energie a její změny souvisí s prací, kterou vykoná tíhová síla při pohybu tělesa nebo HB.

Když padá HB volným pádem, urazí po svislé přímce dráhu s a tíhová síla F_G při tom vykoná práci

$$W = F_G \times s.$$

Na začátku pádu je HB ve výšce h_1 , na konci ve výšce h_2 . $s = h_2 - h_1$. Prací vykonanou tíhovou silou je určen **úbytek tíhové potenciální energie** HB

$$W = E_{p2} - E_{p1} = m \times g \times h_2 - m \times g \times h_1 = m \times g \times (h_2 - h_1),$$

kteří je určen jen hmotností, tíhovým zrychlením a počáteční a konečnou výškou. Tvar trajektorie na něj nemá vliv.

Chceme-li určit tíhovou potenciální energii E_p , pak musíme **zvolit nulovou hladinu potenciální energie**, což je vodorovná rovina, kde je $E_p = 0$. Obvykle se spojuje s rovinou povrchu země, ovšem bez vyvýšenin (kopců, hor).

Ve výšce h nad zvolenou nulovou hladinou potenciální energie je tíhová potenciální energie HB o hmotnosti m

$$E_p = m \times g \times h$$

Jednotkou potenciální energie je joule.

Působíme-li proti tíhové síle větší silou F , pak zvedneme těleso o výšku h a vykonáme práci

$$W = m \times g \times h$$

Ta je rovna **přírůstku tíhové potenciální energie** tělesa.


4.2.3 Mechanická energie

Součet kinetické a potenciální energie tvoří **celkovou mechanickou energii** E tělesa

$$E = E_k + E_p$$

Polohová energie

Polohová (potenciální) energie je druh mechanické energie, kterou těleso získá při zvyšování své nadmořské výšky. Značíme ji E_p .



Při zdvižení tělesa do této výšky vykonal jeřáb práci.

$$W = F \cdot s$$
$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

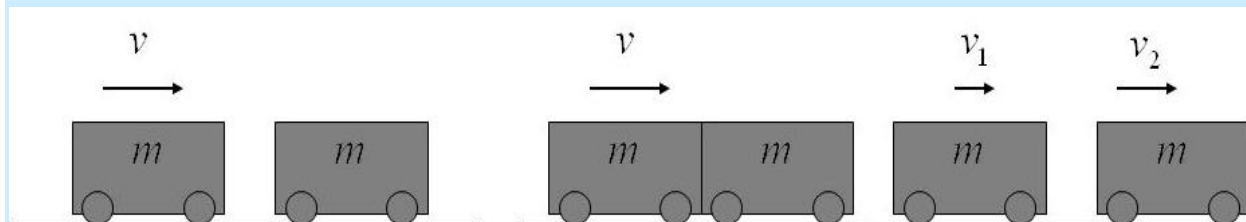
Vykonaná práce zůstala uchována v polohové energii tělesa.

4.3 ZÁKON ZACHOVÁNÍ MECHANICKÉ ENERGIE

Při všech mechanických dějích se mění kinetická energie v potenciální energii a naopak, celková mechanická energie soustavy je však konstantní,

$$E = E_k + E_p = \text{konst.}$$

Názorným příkladem je volný pád tělesa. Na začátku ve výšce h má kinetickou energii nulovou, ale potenciální rovnou $m \times g \times h$. Jak těleso padá, zmenšuje se jeho výška a tím i potenciální energie a zároveň se zrychluje pohyb tělesa. Na zemi je velikost kinetické energie rovna původní velikosti energie potenciální, která je nyní nulová.



$$E = E_K + E_P = \text{konst.} \quad - \quad \text{zákon zachování mechanické energie}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad - \quad \text{při posuvném pohybu}$$

$$E_K = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 \quad - \quad \text{při rotačním pohybu}$$

$$E_P = m \cdot g \cdot h \quad - \quad \text{v homogenním gravitačním poli Země}$$

$$E_K = E_K' \quad - \quad \text{při dokonale pružné srážce dvou těles}$$

ZÁKON (PRINCIP) ZACHOVÁNÍ ENERGIE

Při všech dějích v izolované soustavě těles se mění jedna forma energie v jinou, nebo přechází energie z jednoho tělesa na druhé, celková energie soustavy se však nemění.

Energie se nemůže ani ztratit, ani vzniknout z ničeho. Její celková velikost pro izolovanou soustavu je konstantní. Celková energie izolované soustavy je rovna součtu všech forem energií přítomných v soustavě.

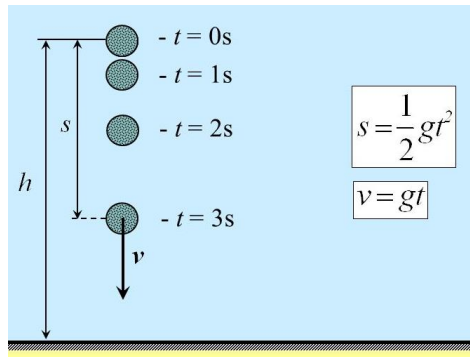
$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n$$

ENERGIE charakterizuje **stav soustavy**, je to stavová veličina.

PRÁCE charakterizuje **děj**, při němž nastává přeměna nebo přenos energie.

VÝKLADOVÝ PŘÍKLAD

Uvažujme volný pád tělesa o hmotnosti $m=1$ kg padající z výšky $h=45$ m.



- 1) Na počátku volného pádu, tj ve výšce 45 m, je jeho rychlost $v=0$ a kinetická energie $E_k=0$ Potenciální tíhová energie tělesa je $E_p=mgh$

$$E_p = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ ms}^{-2} \cdot 45 \text{ m} = \mathbf{450 \text{ J}}$$

a jeho celková mechanická energie

$$E = E_k + E_p = 0 + 450 = \mathbf{450 \text{ J}}$$

- 2) Za dobu $t_1=1$ s od počátku pohybu má těleso rychlost $v_1=g \cdot t_1=10 \text{ ms}^{-1}$ a kinetickou energii $E_k=\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m}^2\text{s}^{-2} = \mathbf{50 \text{ J}}$$

Přitom urazí dráhu $s_1=\frac{1}{2}g \cdot t_1^2=0,5 \cdot 10 \cdot 1=5$ m, čímž se ocitne ve výšce $h_1=h-s_1=45-5=40$ m a potenciální energie tělesa je

$$E_p = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ ms}^{-2} \cdot 40 \text{ m} = \mathbf{400 \text{ J}}$$

a celková mechanická energie

$$E = E_k + E_p = 50 + 400 = \mathbf{450 \text{ J}}$$

a je tedy stejná jako na počátku pohybu.

- 3) Podobně určíme kinetickou a potenciální energii za dobu $t_2=2$ s a $t_3=3$ s

t /s/	v /ms ⁻¹ /	s /m/	h /m/	E_k /J/	E_p /J/	E /J/
0	0	0	45	0	450	450
1	10	5	40	50	400	450
2	20	20	25	200	250	450
3	30	45	0	450	0	450

Vidíme, že součet kinetické a polohové energie je v každém okamžiku stejný.

Výkon

Výkon P je práce vykonaná (spotřebovaná) za jednotku času. $[P] = W$ (watt) = $J \times s^{-1} = kg \times m^2 \times s^{-3}$. Tato veličina vyjadřuje rychlost, s jakou se vykonává práce – ukazuje rozdíl mezi dvěma stroji, které sice vykonají stejnou práci, ale každému to trvá jinou dobu. Výhodnější je určitě ten, který práci vykoná dříve.

$$P = \frac{W}{t}$$

Výkon jednoho wattu má zařízení, které vykoná práci 1 joulu za 1 sekundu.

Práci lze vyjádřit vztahem $W = P \times t$ jednotky $1 Ws = 1 J$ (wattsekunda)

$1 kWh = 3,6 \times 10^6 J$ (kilowatthodina)

kilowatthodina se používá při měření elektrické energie.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

Př.: $m=480 \text{ kg}$, $h=20 \text{ m}$, $t=1 \text{ min}=60 \text{ s}$, $W=?$, $P=?$

$$W = F \cdot h = m \cdot g \cdot h = 480 \cdot 10 \cdot 20 = 96.000 \text{ J} = 96 \text{ kJ}$$

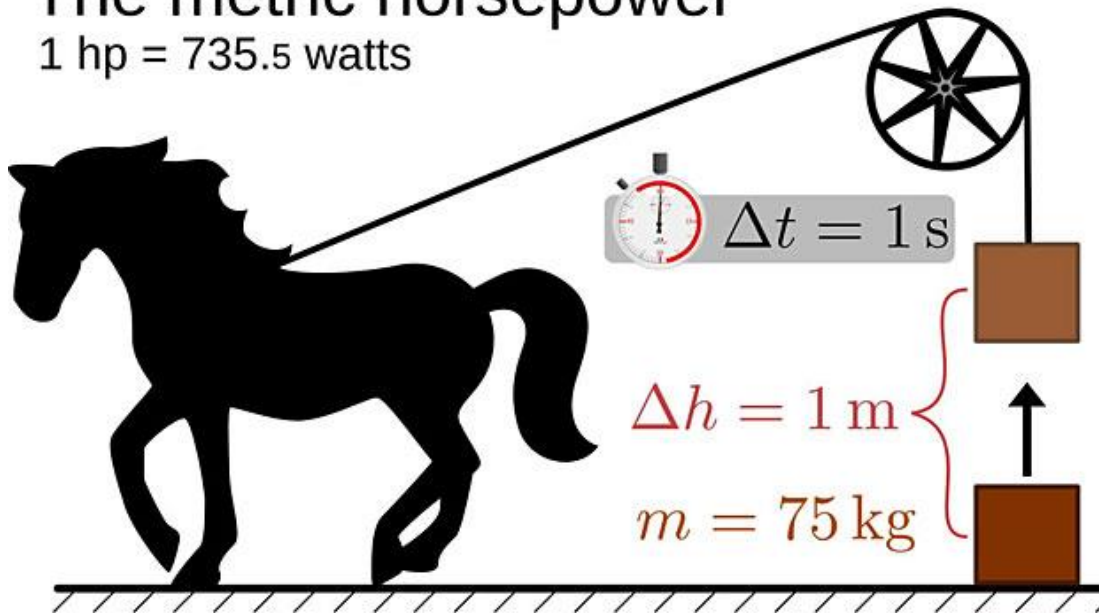
$$P = W/t = 96000/60 = 1.600 \text{ W} = 1,6 \text{ kW}$$

Př.: $P=2 \text{ kW}$, $t=1,5 \text{ h}$, $W=?$

$$W = P \cdot t = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ kWh} \quad \text{převědeme na jouly} \quad W = 3 \cdot 3600 = 10.800 \text{ J} = 10,8 \text{ kJ}$$

The metric horsepower

1 hp = 735.5 watts



Opačný přepočítání činí přibližně $1 \text{ kW} = 1,35962 \text{ k}$.

Příkon

Při činnosti strojů se přeměňuje jedna forma energie na jinou, nebo se přenáší z jednoho tělesa na jiné. Část energie se vždy přemění na nevyužitelnou energii (nejvíce na vnitřní energii, např. při tření, elektrickým odporem). Práce vykonaná za určitou dobu je proto vždy menší než práce za určitou dobu dodaná.

Příkon je energie dodaná za jednotku času.

$$P_0 = \frac{E}{t}$$

Dodáme-li stroji s příkonem P_0 za čas t energii E , vykoná za stejný čas práci W s výkonem P .

Účinnost

Účinnost η (éta) je poměr výkonu a příkonu.

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{W}{E}$$

Účinnost je vždy menší než jedna. Vynásobíme-li výsledek stem, dostaneme výsledek v procentech.



Př.: $m=480 \text{ kg}$, $h=20 \text{ m}$, $t=1 \text{ min}=60 \text{ s}$, $F_t=1200 \text{ N}$, $\eta=?$ (viz **Př.** výše)

$W=F \cdot h = m \cdot g \cdot h = 480 \cdot 10 \cdot 20 = 96.000 \text{ J} = 96 \text{ kJ}$;

$F = F_G + F_t = 480 \cdot 10 + 1200 = 6.000 \text{ N} = 6 \text{ kN}$; $E = F \cdot h = 6000 \cdot 20 = 120.000 \text{ J} = 120 \text{ kJ}$

$\eta = W/E = 96/120 = 0,8$

resp. výkon $P = W/t = 96000/60 = 1.600 \text{ W} = 1,6 \text{ kW}$ příkon $P_0 = E/t = 120/60 = 2 \text{ kW}$

$\eta = P/P_0 = 1,6/2 = 0,8$

Zdroj: https://cs.wikipedia.org/wiki/Mechanická_práce, <https://www.priklady.eu/cs/fyzika/mechanicka-prace.alej>, <http://www.matfyz.eu/dokumenty/sminimum/1A3C-prace-energie.pdf>, <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/45-mechanicka-prace-a-mechanicka-energie>, <http://radek.jandora.sweb.cz/f03.htm>

Fyzika pro střední školy I, Oldřich Lepil, Milan Bednařík, Radmila Hýblová, Prometheus, Praha 2009, ISBN 978-80-7196-184-0